金沢学院大学
2024（令和6）年度　入学者選抜試験問題

一般選抜Ⅰ期＜2日目＞

2024年2月1日（木）実施

数　　学

〔数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B〕

Ⅰ　注意事項

1　問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけません。

2　解答用紙の解答科目に受験科目を記入・マークしてから解答してください。

3　問題は1ページから4ページまであります。

4　問題は持ち帰ってもよいですが，コピーして配布・使用するのは法律で禁じられています。

Ⅱ　解答上の注意

1　問題は記述式のものとマーク式のものがあります。記述式の問題については記述式解答用紙に計算過程を含めて解答しなさい。マーク式の問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，符号（−，±）又は数字（0 ～ 9）が入ります。ア，イ，ウ，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，… で示された解答欄にマークしなさい。

［例］　$\boxed{\text{アイ}}$ に −5 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

2　分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えなさい。

3　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

［例］　$\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ に $\sqrt{32}$ と答えたいときは，$2\sqrt{8}$ ではなく $4\sqrt{2}$ と答えなさい。

4　問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{\text{オ}}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

5　同一の問題中に $\boxed{\text{カキ}}$，$\boxed{\boxed{\text{ク}}}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は $\boxed{\text{カキ}}$，$\boxed{\boxed{\text{ク}}}$ のように細字で表記します。

問題は次のページからです。

問 1

さいころを n 回ふって出た目の積を Y_n とする。すなわち，k 回目に出た目を X_k とすると，

$Y_n = X_1 X_2 \cdots X_n$ である。このとき，以下の問いに答えよ。解答は計算過程も含め

記述式解答用紙 に記すこと。

（1） Y_n が 1 となる確率をもとめよ。

（2） Y_n が偶数となる確率をもとめよ。

（3） $Y_n \leqq 15$ となる場合の数を求めよ。

問 2

以下の問いに答えよ。

(1)　方程式 $x^3=1$ の解は $x=1,\ \dfrac{-\boxed{\text{ア}}\pm\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\,i}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。ただし i は虚数単位である。

(2)　多項式 $\left(x^5+1\right)^5$ を x^2+x+1 で割ったときの余りは $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　多項式 $\left(x^{2024}+1\right)^{2024}$ を x^2+x+1 で割ったときの余りは $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ 1	① -1	② 2	③ -2
④ $x+1$	⑤ $-x-1$	⑥ $2x+1$	⑦ $-2x-1$

問 3

A(1, 0, 0)，　B(1, 0, −1)，　C(0, 1, 0)，　D(1, −1, 0) とし，s, t を実数とする。さらに，

$$\vec{p} = (1-s)\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},$$

$$\vec{q} = (1-t)\,\overrightarrow{\mathrm{OC}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

とする。

(1)　$|\vec{p}| = \sqrt{\boxed{\text{ア}} + s^2}$，　$|\vec{q}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}\,t^2 - \boxed{\text{ウ}}\,t + \boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　$s = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角が $\dfrac{\pi}{6}$ であったとすると，$t = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3)　$|\vec{p} - \vec{q}|$ は $s = \boxed{\text{キ}}$，$t = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ において，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}$ をとる。

問 4

$x > 0$ のとき，底 e の対数関数 $f(x) = \log x$ について，導関数が $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ となることを導関数の定義に基づいて証明しなさい。ただし，$\displaystyle\lim_{h \to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}} = e$ であることを用いてもよい。解答は計算過程も含め 記述式解答用紙 に記すこと。

2024(令和6)年度　金沢学院大学・金沢学院短期大学
一般選抜Ⅰ期（２日目／2024年2月1日実施）
解答例【マーク式】

数学I・数学II・数学Ⅲ・数学A・数学B

解答番号			正解	配点
問2	（１）	ア	①	8
		イ	③	
		ウ	②	
	（２）	エ	④	8
	（３）	オ	⑤	9

解答番号			正解	配点
問3	（１）	ア	①	3
		イ	⑤	3
		ウ	④	
		エ	①	
	（２）	オ	①	4
		カ	②	
	（３）	キ	⓪	5
		ク	③	5
		ケ	⑤	
		コ	①	5
		サ	⑤	

マーク	50
記述	50
計	100

解答例

2024 年 2 月 1 日(木)

2024(令和 6)年度　一般選抜 I 期 ＜2 日目＞

記述式解答用紙　数学〔Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B〕

受験番号		氏　名	
志望学科	学科		

問 1

(1) Y_n が 1 となる確率は，さいころをふった n 回全てで 1 の目が出る確率 $\left(\frac{1}{6}\right)^n = \boldsymbol{\frac{1}{6^n}}$ である。

(2) Y_n が奇数となる確率は，さいころをふった n 回全てで奇数のみが出る確率 $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n}$ である。
したがって，Y_n が偶数となる確率は $\boldsymbol{1 - \frac{1}{2^n}}$ となる。

(3) Y_n はサイコロを n 回振って出た目の積なので，1 の目が出た場合は値に影響しない。
そこで，1 以外の目が何回出るかで場合分けをして考える。

(i) 1 以外の目が 0 回のとき
全て 1 の目が出るとき $Y_n = 1 \leqq 15$ であり，ただ1通りである。

(ii) 1 以外の目が 1 回出るとき
2 から 6 のどの目が出ても $Y_n \leqq 15$ であり，目の選び方は 5 通りである。また，目の出方は n 通りある。
すなわち $5 \times n =$ $5n$ 通り である。

(iii) 1 以外の目が 2 回出るとき（ただし，$n \geqq 2$ とする）
① 2 回とも同じ目の場合
$Y_n \leqq 15$ を満たす目は 2，あるいは 3 が 2 回出るときなので，目の選び方は 2 通りある。
また，目の出方は $\frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$ である。すなわち $2 \times \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1)$ 通り である。

② 2 回が異なる目の場合
$Y_n \leqq 15$ を満たす 2 つの目の組合せは (2，3)，(2，4)，(2，5)，(2，6)，(3，4)，(3，5) の 6 通りである。
また，目の出方は $\frac{n!}{(n-2)!1!1!} = n(n-1)$ 通りである。すなわち $6 \times n(n-1) =$ $6n(n-1)$ 通り である。

(iv) 1 以外の目が 3 回出るとき（ただし，$n \geqq 3$ とする）
① 3 回とも同じ目の場合
$Y_n \leqq 15$ を満たす 3 つの目の組合せは (2，2，2) の 1 通りである。
すなわち，目の出方は $\frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ 通り である。

② 同じ目が 2 回出る場合
$Y_n \leqq 15$ を満たす 3 つの目の組合せは (2，2，3) の 1 通りである。
すなわち，目の出方は $\frac{n!}{(n-3)!2!1!} = \frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ 通り である。

③ 全て異なる目が出る場合
$Y_n \leqq 15$ を満たす 3 つの目の組合せは存在しない。

(v) 1 以外の目が 4 回以上出るとき
$Y_n \leqq 15$ を満たす目の組合せは存在しない。

(i)〜(v) より，求める場合の数は $n \geqq 3$ のとき，

$$1+5n+n(n-1)+6n(n-1)+\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)+\frac{1}{2}n(n-1)(n-2) = \boldsymbol{\frac{2}{3}n^3 + 5n^2 - \frac{2}{3}n + 1}$$

となる。これは $n = 1$ のとき（6 通り）も，$n = 2$ のとき（25 通り）も成り立つ。

※問 4 は裏面です。

問 4

定義に従って導関数を求める。

$$
\begin{aligned}
\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \lim_{h \to 0} \frac{\log(x+h)-\log(x)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log \frac{x+h}{x} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log\left(1+\frac{h}{x}\right)
\end{aligned}
$$

である。ここで $\dfrac{h}{x}=k$ とおくと，$h \longrightarrow 0$ のとき $k \longrightarrow 0$ であるから

$$
\begin{aligned}
\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log\left(1+\frac{h}{x}\right) &= \lim_{k \to 0} \left\{\left(\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{k}\right) \log(1+k)\right\} \\
&= \frac{1}{x} \lim_{k \to 0} \log(1+k)^{\frac{1}{k}} \\
&= \frac{1}{x} \log\left(\lim_{k \to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}\right)
\end{aligned}
$$

となる。$\displaystyle\lim_{k \to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ より

$$
\frac{1}{x} \log\left(\lim_{k \to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}\right)=\frac{1}{x} \log e=\frac{1}{x}
$$

となることから $f'(x)=\dfrac{1}{x}$ が示された。